

بحث عن

التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر

المادة :

العامل المشترك الأكبر
(ع.م.أ)

12

6

3

1

2

2

3

8

4

2

1

2

2

2

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$2 \times 2 = 4$

عمل الطالب

.....

الصف :

التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر

- عند تحليل أي عدد للتعرف على عوامله فإنه في هذه الحالة يتم البحث عن الأعداد التي عند ضربها في بعضها يكون الناتج العدد المذكور. وهذا يعني أن العدد الذي نُحلله = عدد (عامل) \times عدد (عامل).
- وفي هذا الدرس تحديداً نُركز على التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر أو كما يطلق عليه في اللغة الإنجليزية (Greatest Common Divisor).
- ولكي نحلل العدد لنستخرج العامل المشترك الأكبر أو كما يُطلق عليه (ع.م.أ.) لابد أن نعرف في البداية ما هي الأعداد الأولية.

الأعداد الأولية

- هي الأعداد التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى ١ فقط.
- من أمثلة الأعداد الأولية: ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١.
- العدد (١) لا يعتبر عدداً أولياً.

الأعداد غير الأولية أو الأعداد متعددة العوامل

والأعداد غير الأولية يطلق عليها أعداد "متعددة العوامل" وهي الأعداد التي تقبل القسمة على نفسها وعلى ١ وعلى أعداد أخرى، أي إن العدد إما يكون عدد متعدد العوامل أو عدد أولي.

مثال: العدد (١٨) عدد متعدد العوامل أي أنه غير أولي، ويمكن أن يكون نتيجة حاصل ضرب رقمين غير ١ والعدد نفسه -أي ١٨ في هذا المثال.

$$2 \times 9 = 18$$

$$6 \times 3 =$$

$$18 \times 1 =$$

إذاً العدد ١٨ عدد متعدد العوامل لأنه ناتج ضرب رقمين غير ١ و ١٨، أو بمعنى آخر يقبل القسمة على نفسه وعلى ١ وعلى أعداد أخرى.

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

بعد أن عرفنا الأعداد الأولية - وهي التي تقبل القسمة على نفسها و ١ فقط، فلنتعرف معاً على كيفية تحليل العدد إلى عوامله الأولية.

مثال: عند تحليل العدد (٢٤) إلى عوامله الأولية، نقوم بقسمة هذا العدد على الأعداد الأولية السابق ذكرها التي يقبل القسمة عليها حتى يصل الناتج النهائي إلى ١.

(٢٤) يقبل القسمة على العدد ٢ الذي هو من الأعداد الأولية، وبقسمة ٢٤ على ٢ يصبح الناتج ١٢، نقسم ١٢ على العدد الأولي ٢ فيصير الناتج ٦، وبقسمة ٦ على ٢ نحصل على الناتج ٣، ولأنه لكي نُحلل العدد إلى عوامله الأولية لابد أن نختار عدد أولي نقسم عليه العدد ٣، ولا يناسبه من الأعداد الأولية التي يقبل القسمة عليها إلا العدد ٣ نفسه، وبقسمة ٣ على ٣ ينتج العدد ١ وهو المطلوب - أي أن يكون الناتج النهائي بعد التحليل إلى العوامل الأولية - أي القسمة على هذه الأرقام - هو ١.

ويمكن التعبير عنها بهذا الشكل:

$$١٢=٢٤٢$$

$$٦=١٢٢$$

$$٣=٦٢$$

$$١=٣٣$$

إذاً العوامل الأولية للعدد ٢٤ - وهي الأعداد الأولية التي تم استخدامها في عملية القسمة - هي: ٢، ٢، ٢، ٣. هذه الأعداد إذا تم ضربها جميعاً يكون الناتج ٢٤.

ما العدد الذي عوامله الأولية ٣، ٢، ٢؟

لحل هذه المسألة نقوم بضرب هذه الأعداد في بعضها لنعرف الناتج، وذلك لأنه كما ذكرنا أن العوامل الأولية للعدد هي الأعداد التي عند ضربها في بعضها ينتج هذا العدد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

إذا العدد الذي عوامله الأولية ٣، ٢، ٢ هو ١٢.

أوجد ناتج ضرب تحليل العدد ثم أوجد باقي العوامل.

$$30 = 5 \times 3 \times 2 \quad \text{.....} \quad \text{الحل: } 30 = 5 \times 3 \times 2$$

أي إن ٥، ٣، ٢ هي العوامل الأولية للعدد ٣٠، أي هي الأعداد الأولية التي عندما تُضرب في بعضها يكون الناتج ٣٠. ولإيجاد باقي العوامل علينا أن نبحث هل يوجد أي أرقام أخرى غير ٥، ٣، ٢ عند ضربها في بعضها يكون الناتج ٣٠.

٣٠ يمكن أن تكون نتيجة ضرب ١ في ٣٠، ونتيجة ضرب ٢ في ١٥، أو ٣ في ١٠، أو ٥ في ٦. وهذا يعني أن عوامل العدد ٣٠ هي: ١، ٢، ٣، ٥، ٦، ١٠، ١٥، ٣٠. وهذه الأعداد كما نلاحظ منها أعداد أولية وأعداد غير أولية.

ولإجابة سؤال "أوجد باقي العوامل" نكتب العوامل الأخرى غير ٢، ٣، ٥ المذكورة في المسألة، أي إن باقي العوامل هي: ١، ٣٠، ١٥، ١٠، ٦.

التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر

ما العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ.)؟

العامل المشترك الأكبر هو أكبر العوامل المشتركة بين عددين.

كيفية إيجاد العامل المشترك الأكبر.

لإيجاد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ.) بين عددين نتبع الخطوات التالية:

١. نقوم بتحليل كل عدد وذلك بأن نوجد العوامل الأولية لكل عدد على حدى.
٢. نكتب العوامل الأولية المشتركة بين العددين.
٣. نضرب العوامل المشتركة في بعضها والناتج يكون هو العامل المشترك الأكبر.

مثال: أوجد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ.) بين العددين ٢٨ و ٤٢.

نُحلل العدد ٢٨، أي ما هي الأعداد التي حاصل ضربها يكون ٢٨.

$$= 28$$

$$28 \times 1$$

$$14 \times 2$$

$$7 \times 4$$

وبذلك يكون عوامل ٢٨ هي: (١، ٢، ٤، ٧، ١٤، ٢٨)

نقوم بتحليل العدد ٤٢.

$$= 42$$

$$1 \times 42$$

$$21 \times 2$$

$$14 \times 3$$

$$7 \times 6$$

وعليه فإن عوامل ٤٢ هي: (١، ٢، ٣، ٦، ٧، ١٤، ٢١، ٤٢)

والعوامل المشتركة بين ٢٨ و ٤٢ هي الأعداد الموجودة في عوامل ٢٨ وأيضاً في عوامل ٤٢، وفي هذه الحالة هي: ١، ٢، ٧، ١٤، والعامل المشترك الأكبر في هذه العوامل هو بالطبع العدد ١٤.